

二维数字化目标周长的精确估计

王开平 游志胜 高 阳

(四川联合大学计算机图象图形研究所,成都 610064)

摘 要 本文设计了一种新的精确而又实用快速的基于8连通的m采样和分类(m-Sampling and Classified Method, MSC)方法,估计和预测其误差,为证实预期结果,对一系列不同直径的圆和矩形进行测量并与前人的工作进行了比较,取得满意的结果。

关键词 图象分析, 数字图象, 形态计量

1 引言

图象分析的基本任务是对关心的目标获取形态、灰度(颜色)、纹理和统计等数字特征参数,精确的测量其形态学参数特别是面积和周长是图象识别和工业检测的基础和关键点。

形状分析一般基于数字图象,要提高测量精度,减小测量误差,要求数字图象的基元——象素的尺度应小于所关心目标的细节,即目标边界曲率半径大于单个矩形象素的边长,该数字图象才能精确的表示原始连续域中图象的形态;其次,采用合适的分割技术,准确的从背景中提取目标是图象分析的关键技术;最后,根据该二值(或半二值)图象的目标描述方法,采用相应的计算方法也是本文探讨的内容。

假定通过边界线采样,获得了由边界表示的二值数字图象(图1),每个象点均表示为边长为1的正方形,象点坐标由矩形象素中心点坐标表示,由边界象点坐标按8连通方式相互连接的简单多边形表示该数字目标的周长。它与原始连续域图象的周长是不同的,但却是密切相关的。

由数字图象的边界链码^[6]精确估计其周长的方法及其误差预测已有许多报导^[1-3,7,8]。最初根据4连通边界链码,目标周长由一系列水平和垂直折线长度之和表示,这种简单计算可由下述方法估计其误

差,对于与水平夹角为 θ 的直线段 L 进行数字化后得到它的4连通边界链码,其折线长度(不考虑两端点数字化带来的误差):

$$L(\theta) = L(\cos(\theta) + \sin(\theta)) \quad (1.1)$$

估计误差

$$\epsilon(\theta) = (L(\theta) - L)/L = \cos\theta + \sin\theta - 1 \quad (1.2)$$

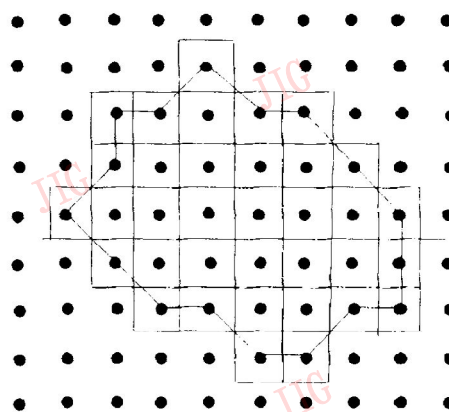


图1 二值数字图象目标周长

Fig. 1 Object perimeter of binary image.

是夹角 θ 的函数。当直线 L 的夹角 θ 均匀地分布在 $[0-2\pi]$,求出其统计平均误差,由对称性考虑,只需对 $[0-\pi/4]$ 进行统计平均

$$\epsilon = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/4} \epsilon(\theta) d\theta \cong 0.273 \quad (1.3)$$

方差

$$\sigma^2 = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/4} (\epsilon(\theta) - \bar{\epsilon})^2 d\theta \cong 0.124 \quad (1.4)$$

上述方法对直线长度估计带来如此大的误差,必然对于将目标视为边长为 $m \geq 1$ 个象素的多边形,亦将导致不能允许的误差。

Proffitt and Rosen^[1]指出问题存在于角点上,要降低平均误差和方差,根据象点前后链码的相互关系,将象点划分为角点和非角点两类,与水平夹角为 θ 的直线 L 数字化后,其 4 连通链码的角点数

$$N(c) = 2L \sin(\theta) \quad (1.5)$$

非角点数

$$N(n) = L(\cos(\theta) - \sin(\theta)) \quad (1.6)$$

估计长度

$$L(\theta) = L(\cos(\theta) - \sin(\theta))\psi(n) + 2L\sin(\theta)\psi(c)$$

估计误差

$$\begin{aligned} &\epsilon(\theta, \psi(n), \psi(c)) \\ &= (n)\cos(\theta) + (\psi(n) \\ &\quad + 2\psi(c))\sin(\theta) - 1 \end{aligned} \quad (1.7)$$

其中 $\psi(n)$ 和 $\psi(c)$ 为两个待定的权系数。

建立两个约束条件。统计平均误差为零和均方差取极小值,求解出:

$$\begin{aligned} \psi(n) &= \frac{\pi(1 + \sqrt{2})}{8} \cong 0.948 \\ \psi(c) &= \frac{\pi(2 + \sqrt{2})}{8} \cong 1.3407 \end{aligned} \quad (1.8)$$

由此导出的是 L 的无偏估值,其均方差降低到 2.3%。

Koplowitz^[3]进一步形式化周长的估计算法,对于夹角为 θ 的直线数字化后,按照象点前后链码的相互关系的属性,将象点分成 D 类($D=2,3,4,\dots$),每一类对估计长度 $L(\theta)$ 的贡献权因子分别是 $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_d$, 长度估计值:

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^D N_i \psi_i \quad (1.9)$$

N_i 属于 i 类象点个数

估计误差

$$\begin{aligned} \epsilon(\theta) &= \frac{L(\theta) - L}{L} \\ &= \sum_{i=1}^D \eta_i(\theta) \psi_i \end{aligned} \quad (1.10)$$

$\eta_i(\theta) \equiv \frac{N_i}{L}$: 夹角为 θ 的直线上属于 i 类象点的密度。

当假定 L 均匀分布在 $[0-2\pi]$, 且 $D=2$ 并引入无偏估值和均方差极小值两个约束条件,可以导

出 (1.5) — (1.8) 相同的结果,当 $D=4$, 即将原角点细分为两类,原非角点又细分为两类,利用最大绝对偏差:

$$\max AD = \max_{\theta \in [0, \pi/4]} \left| 1 - \frac{L(\theta)}{L} \right| \quad (1.11)$$

取极小值作为确定 ψ_1, \dots, ψ_4 的选取准则,从而将 $\max AD$ 值由 $D=2$ 的 0.0519 减小到 0.006498, 几乎减小了一个数量级。

该方法在应用上存在下述缺点: ①要求边界链码是 4 连通的,然而由边界跟踪算法^[4]得到的是 8 连通的链码,必须再作一次转换。②由边界链码的几何关系,将象点分为 4 类,要做到这一点,必须搜索该象点随后的 4 个链码,才能确定它的类别,增加了算法的复杂度。

本文根据 Koplowitz 的思想,提出一种基于 8 连通 m 采样和分类方法,在边界跟踪的同时完成高精度的周长估算,并从理论上对其产生的误差进行预测,当 $m=3$ 时,其理论计算的最大绝对偏差与^[3]选用 $D=4$ 的结果相同。

2 MSC 方法设计

m 采样 (m -Sampling) 由^[1]提出,对直线 L 采样生成的链码序列 $S_0, S_1 \dots S_p$ 间隔 m 个选出 m 采样序列 $S_0, S_m \dots, S_{km}$ ($m \geq 1, k = \text{mode}(p/m)$), 假定 $S_{km} = S_0$)

其长度 L 的估计值。

$$\bar{L} = \sum_{i=0}^k d(S_{im}, S_{(i+1)m}) \quad (2.1)$$

$d(S_i, S_j)$ 表示象点 i 和 j 的欧几里德距离,当 $m=1$, 如前所述,估计值误差太大,当 $m > 1$, 对数字化直线起平滑作用, m 增加,平滑效果愈好, m 过大,又会失去目标的边界细节。数字化边界即包含了离散化引入的抽样误差(阶梯效应),同时也反映了连续域中的真实边界细节,因此 m 的选择是与待测目标的大小和形状相关连的量,然而,这种方法是不精确的,因为它无法对采样误差作出估计和补偿。

夹角 $\theta \in [0, \pi/4]$, 长度为 m 个链长的直线 L , 对其 8 连通链码 m 采样得到的直线基元 $\overline{S_i S_{i+m}}$ 根据该基元的夹角可分类为 $(m+1)$ 类,每一类长度估计值为 $L(m, n) = L(\theta) = m \cdot \psi(n) + n \cdot \psi(n)$ ($n \leq m, n \in I$), (对于 $0 \leq \theta \leq \pi/4$ 的直线,其 8 连通链码 S_i 只能取 0(水平)或 1(45°), 因此,该基元在 Y 轴的截距 $n = dy$ 仅取 0 到 m 整数值) 和 m 个间隔,图 2 示出 $m=3$ 的 4 类基元线段和 3 个区间。若目标边界用

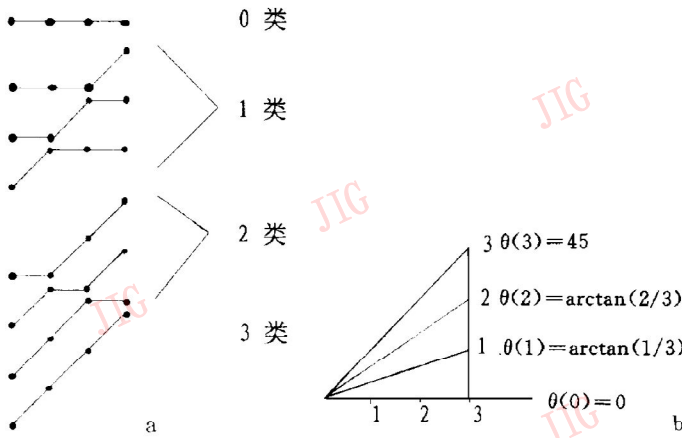


图 2 (a)m 采样基元线段类别(m=3)
(b)m 采样分区(m=3)

Fig. 2 (a)The segment-element classes of m-Sampling (m=3) (b)sectors of m-sampling(m=3).

$L(m, n)$ 直线段近似表示, 总周长:

$$P = \sum L(m, n) \quad (2.2)$$

以下以 $m=3$ 为例, 对夹角 $\theta[0, \pi/4]$ 的直线 $L = m/\cos(\theta)$ 的估计值

$$L(\theta) = \begin{cases} 3\phi(0) & \theta = \theta(0) = 0 \\ 3\phi(1) + \varphi(1) & \theta(0) < \theta \leq \theta(1) \\ 3\phi(2) + 2\varphi(2) & \theta(1) < \theta \leq \theta(2) \\ 3\phi(3) + 3\varphi(3) & \theta(2) < \theta \leq \theta(3) \end{cases} \quad (2.3)$$

误差函数

$$\varepsilon(\theta) = (L(\theta) - L) / L = \begin{cases} \phi(0) & \theta = \theta(0) = 0 \\ \phi(1)\cos(\theta) + \varphi(1)\sin(\theta) - 1 & \theta(0) < \theta \leq \theta(1) \\ \phi(2)\cos(\theta) + \varphi(2)\sin(\theta) - 1 & \theta(1) < \theta \leq \theta(2) \\ \phi(3)\cos(\theta) + \varphi(3)\sin(\theta) - 1 & \theta(2) < \theta \leq \theta(3) \end{cases} \quad (2.4)$$

其中 $\phi(i), \varphi(i) (0 \leq i \leq 3)$ 为待定的权系数, 可由对误差函数的约束条件导出. 对于 $\theta=0$, 不言自明, $\phi(0) = 1, \varphi(0) = 0$;

$$\begin{aligned} \frac{L(\theta)}{L} &= \phi(i)\cos(\theta) + \varphi(i)\sin(\theta) \\ &= F(i)\cos(\theta - \xi(i)) \\ \phi(i) &= F(i)\cos(\xi(i)) \\ \varphi(i) &= F(i)\sin(\xi(i)) \end{aligned} \quad (2.5)$$

误差函数在 $0 < \pi \leq \pi/4$ 3 个区间均表示为余弦函数, 分别具有不同的幅值 $F(i)$ 和初始位相角 $\xi(i)$ (图 3)

为了使最大绝对偏差 $\max AD$ 取极小值, 根据余弦函数分布特性, 对于 $0 < \theta \leq \theta(1)$ 区间, 规定余

弦函数在 $\xi(1) = (\theta(1) - \theta(0))/2$ 取峰值 $F(1)$, 在 $\theta = \theta(0)$ 和 $\theta(1)$ 处取 $(-F(1))$;

$$\begin{aligned} \xi(1) &= (\theta(1) - \theta(0))/2 \\ \max AD &= \alpha \\ &= F(1) - 1 = 1 - F(1)\cos(0 - \xi(1)) \\ &= 1 - F(1)\cos(\theta(1) - \xi(1)) \end{aligned}$$

$$\text{由此导出: } \alpha = \frac{1 - \cos \frac{\theta(1)}{2}}{1 + \cos \frac{\theta(1)}{2}} \cong 0.006498 \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \phi(1) &= F(1)\cos\xi(1) \\ &= (1 + \alpha)\cos \frac{\theta(1)}{2} \cong 0.993502 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi(1) &= F(1)\sin\xi(1) \\ &= (1 + \alpha)\sin \frac{\theta(1)}{2} \cong 0.161223 \end{aligned}$$

(2.7)

对于 $\theta(1) < \theta \leq \theta(2)$ 和 $\theta(2) < \theta \leq \theta(3)$ 区间, 可规定边界断点 $\theta(1), \theta(2)$ 和 $\theta(3)$ 处的误差函数均相等:

$$\begin{aligned} \phi(2)\cos(\theta(1)) + \varphi(2)\sin(\theta(1)) &= 1 - \alpha \\ \phi(2)\cos(\theta(2)) + \varphi(2)\sin(\theta(2)) &= 1 - \alpha \\ \phi(3)\cos(\theta(2)) + \varphi(3)\sin(\theta(2)) &= 1 - \alpha \\ \phi(3)\cos(\theta(3)) + \varphi(3)\sin(\theta(3)) &= 1 - \alpha \end{aligned} \quad (2.8)$$

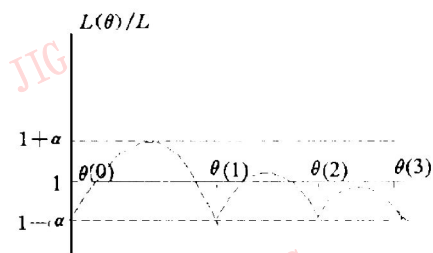


图 3 余弦误差函数分布特性

Fig. 3 The distribution of cosine error function. 求解得到

$$\begin{aligned} \phi(2) &= 0.900445 \\ \varphi(2) &= 0.44039 \\ \phi(3) &= 0.772072 \\ \varphi(3) &= 0.632949 \end{aligned} \quad (2.9)$$

相应区间的极值分别在 $\xi(2) = \theta(1) + (\theta(2) - \theta(1))/2$ 和 $\xi(3) = \theta(2) + (\theta(3) - \theta(2))/2$ 处, 峰

值:

$$F(2) = 1 + 0.002369$$

$$F(3) = 1 - 0.001642$$

在 $[0, \pi/4]$ 区间, m 采样分类直线估计值 $L(\theta)$ 的最大绝对误差为 $\alpha=0.006498$; 当直线均匀分布的统计平均误差:

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/4} \epsilon(\theta) d\theta \\ &= \frac{4}{\pi} \left[\int_{\theta(0)}^{\theta(1)} \epsilon(\theta) d\theta + \int_{\theta(1)}^{\theta(2)} \epsilon(\theta) d\theta + \int_{\theta(2)}^{\theta(3)} \epsilon(\theta) d\theta \right] \\ &= -0.000134 \end{aligned}$$

以上证明了无论从统计平均值和最大绝对偏差值, 均达到很高的精度, 按 m 采样和基元线段分类方法与[3]中按象点分类得到的结果相似, 具有相同的最大绝对偏差值。

3 MSC 算法和实验评价

本方法可由下述算法予以描述:

(1) 对二值图象, 由边界跟踪算法^[4], 获得 8 连通的边界链码坐标值;

(2) 在跟踪过程中, 每隔 m 个链码取一个基元线段 $\overline{S_i}, \overline{S_{i+m}}$ 根据该基元线段在 X 和 Y 轴上的截距 dx 和 dy 划分为 $m+1$ 类(假定 $\max(dx, dy) = m$)

0 类: $dx=0$ or $dy=0$

1 类: $dy/dx=1/m$ or $dx/dy=1/m$

2 类: $dy/dx=2/m$ or $dx/dy=2/m$

...

m 类: $dy/dx=1$

并分别计数为 $N(0), N(1), \dots, N(m)$;

(3) 计算目标周长 $P = m \cdot N(0) + (m \cdot \phi(1) + \varphi(1)) \cdot N(1) + \dots + (m \cdot \phi(m) + m\varphi(m)) \cdot N(m)$ 其中 $\phi(i), \varphi(i) (1 \leq i \leq m)$ 可由最小化最大绝对偏差条件导出;

(4) 目标边界局部曲率较大的部分可能出现相邻链码绝对差值大于 1(即相邻边夹角大于 45°)和边界链码个数对 m 的余数非零, 上述两种情况均表现为 $\max(dx, dy) < m$, 可直接求出欧几里德距离 dL 叠加到 P 上得出最终的周长估计值, 由于这类异常的区段个数对于具有适当大小和平滑边界的数字目标和 m 选取不大的情况下, 总是很少的, 文献[1]证明了由圆生成算法, 仅在极少

的半径在 $1/8$ 圆对角边界线上才可能出现所谓 spik point 点(相邻链码夹角为 90° , 因此, 对整体误差的精度影响不大。

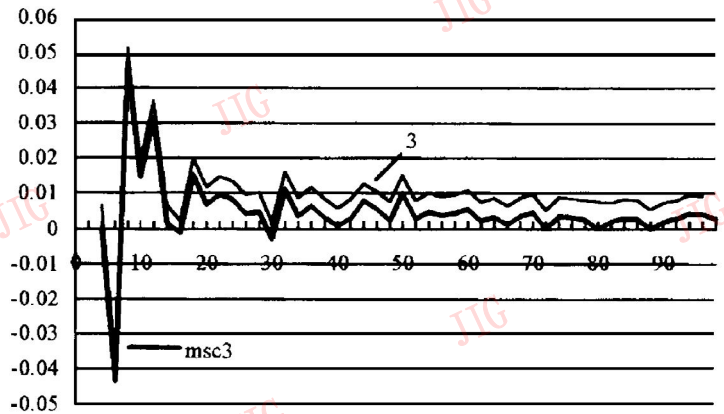
根据上述算法, 我们进行了实验比较, 首先用 Bresenham 圆生成算法^[5]产生直径 ϕ 从 4-100 间隔为 2 的一组圆, 用本算法计算各个圆的周长 P 与理论值 $L = \pi\phi$ 比较, 求出误差 ϵ 随直径 ϕ 分布的曲线(图 4)。

并计算出下列统计量:

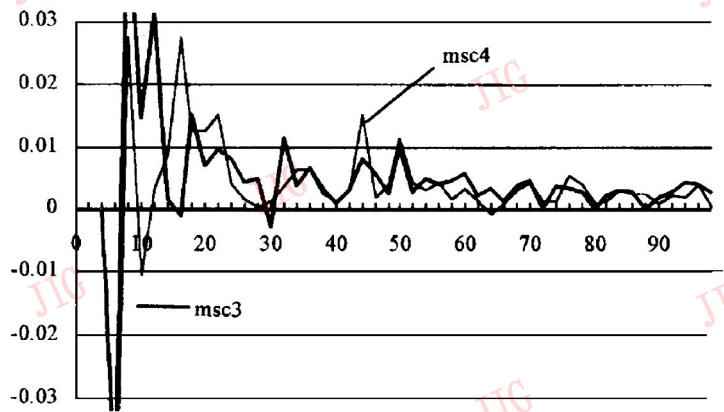
	Mean	MAX	MIN	SD
m3	0.0047	0.0475	-0.0434	0.0107
m4	0.0012	0.0273	-0.1078	0.0191
3	0.0098	0.0513	-0.0375	0.0104

其中图 4(a) 的曲线 3($m=3$) 采用公式(2.1)方法的计算结果, m3 则采用本文介绍的方法, 图 4(b) 示出 MSC 方法中选择 m 的影响。从曲线图和统计量可以看出:

(1) 在图 4(a) 当 $\phi \leq 10$, 曲线很相似, 但误差起



a.



b.

图 4 测量误差 ϵ 随直径 ϕ 的变化曲线

Fig. 4 The effect of the diameter on measuring error.

伏较大,这是由于目标曲率半径接近像素边长,用 m 个链码为边长的多边形近似将产生大的误差,更主要的是由圆生成算法产生的小直径数字圆图形与同直径连续圆形状差异显著,例如,其面积百分误差为 11.4, -0.97, 11.4, 4.4, 4.33(分别对应于直径为 4, 6, 8, 10, 12)。因此,其周长的估计误差较大是自然的了。对于 $\phi > 12$, 面积误差均近似或小于 20%^①;

(2) 当 $\phi > 10$, MSC 方法提高了结果精度,在较大的范围内 $\phi > 12(m=3)$, $\phi > 18(m=4)$ 误差在 1% 左右或更低。

(3) m 增加,对于小目标带来更大的误差,对于大目标,当 $m=3$ 或 4 时,其误差曲线非常接近, m 的增加对精度提高并不显著。

(4) 所述算法与起始点的选择有关(图 5)。由于起点不同引起的周长测量误差,可控制在 1% 左右。

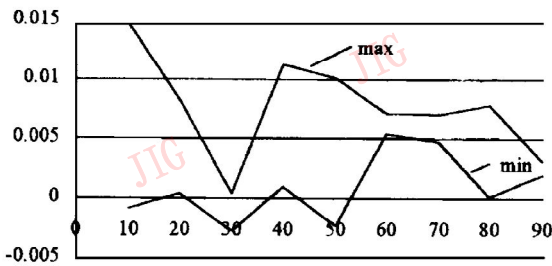


图 5 MSC($m=3$) 起点不同的最大最小误差分布曲线
Fig. 5 The distribution of maximum-minimum error for MSC($m=3$) at different start points.

(5) 采用 MSC 算法,对一组不同边长的正矩形进行实验,计算出误差分布曲线(图 6)。曲线 msc 在某些点的值为 0,其余均出现负的误差,这是由于某些 m 基元线段,包含了矩形的角点,在 MSC 算法上,援用步骤 4 予以处理,导致负误差,若不存在包含角点的基元线段则误差为 0。若将 MSC 算法中步骤 4 的处理方法,改为作如下处理(以 $m=3$ 为例):

(a) $m \leftarrow m - 1$;

(b) 对于 m 基元线段 $\overline{S_i S_{i+m}}$, 若满足 $dx=m$ 或 $dy=m$, 则对该基元线段分类,并计算出该基元线段的估计长度(根据上节介绍的方法,预先计算出 $m=2$ 的相应的各个权系数)加入到周长中去;

(c) 若 $dx < 2$ 且 $dy < 2$, 这时可能存在 3 种情况:两个链码边夹角为 90° 或 135° 或 180° 。可根据应用需要确定其 $\overline{S_i S_{i+m}}$ 的估计长度,加入到周长中去;

(d) 边界跟踪起点加 m , 恢复 $m \leftarrow m + 1$, 返回原

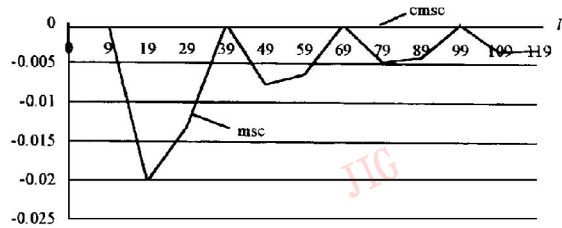


图 6 用 MSC 和 CMSC($m=3$) 测量周长误差 ϵ 随矩形边长 l 的变化曲线

Fig. 6 The effect of the edge length of a rectangle on perimeter error measured by MSC and CMSC($m=3$).

来算法步骤 2。

图 6 中采用本修正后的算法(CMSC)得到的曲线 cmsc,就是当出现直角,其估计边长确定为 2 时,则可得到估计周长误差为零的精确结果。

对图象分析中处理的真实目标,一般很少出现(c)中的情况,即使出现也可能是由于抽样误差和噪声干扰产生边界曲率的突变。所以精确处理数字边界细节,不一定是合理的,仅在某些特定情况下可以采用,例如,对生成的规则矩形周长的测量等。

4 结论

以上论述了一种新的快速精确计算数字目标周长的算法,从理论分析说明了该方法是精确和快速的,以 $m=3$ 为例,从实验上对 $\phi > 10$ 的圆形目标测试计算结果误差,在 1% 左右或更低,比起简单地用 m 采样点用公式(2.1)计算结果精度提高一倍以上,算法简单,降低了计算复杂度,与 Koplowitz 的象点分类($D=4$)的直线逼近精度相似,具有相同的最大绝对偏差,但是降低了计算复杂度,是一种实用的精确的周长估计算法。

m 值的选择应从两个方面考虑,第一, m 采样就是用间隔 m 个链为边长构成的多边形近似代表连续域中的目标边界, m 小,起不到减小边界数字化带来的采样误差,当 $m=1$,平均误差达到 27.3%(4 连通链码),当 $m > 3$, m 采样基元线段的类别数($m+1$)增加,对直线逼近的误差函数将进一步减小,当 $m=4$,其最大绝对偏差 $\max AD=0.003764$ 比起

① 王开平、游志胜,两种二维数字目标形态的定义和算法(待发表)。

$m=3$ 的 0.006498 减小近一半,但由于多边形边长增加,将平滑掉更多的目标细节部分,导致误差增加。因此,必须在两者之间予以折中,从对圆和矩形的实验结果,选择 $m=3$ 是合适的。既照顾到小目标 ($\phi \cong 10$) 测量又保持高的精度,可以确信对于任意形状的数字目标周长的计算均可达到满意的精度,满足一般形态分析的需要。

参考文献

- 1 Proffitt D, Rosen D. Metrication errors coding efficiency of chain coding scheme for the representation of lines and edges. *Comput Graphics Image Processg*, 1979,10: 318~332.
- 2 Kulpa Z. Area and perimeter measurement of blobs in discrete binary pictures. *Comput Graphics Image Processg*, 1977,6:434

- ~451.
- 3 Koplowitz J, Bruckstein A M. Design of perimeter estimators for digitized planar shapes. *IEEE Trans PAMI*, 1989,11 (6):611~622 .
- 4 Pavlidis T. Algorithms for graphics and image processg. Computer Science Press Inc. ,1982. 142~148.
- 5 唐荣锡,汪嘉业,彭群生,等. 计算机图形学教程. 北京:科学出版社,1990. 65.
- 6 吴健康. 数字图象分析. 北京:人民邮电出版社 1989. 211.
- 7 Ellis T J, Proffitt D. Measurement of the lengths of digitized curved lines. *Comput Uraphics Image Processing*,1979,10: 318~332.
- 8 Wechster H, A new and fast algorithm for estimating the perimeter of object for industrial vision tasks. *Comput Graphics Image Processing*,1981,17:375~385.



王开平,四川联合大学副教授,计算机图形图象研究所副所长。1980年以来,曾先后从事计算机数字模拟,地理信息处理系统,计算机仿真和图象分析及其在医学,材料等领域的应用。取得多项科技成果,其中主要负责开发的 MIAS-300 图象分析仪已列入《国家级重点科技成果推广计划》。

Accurate Perimeter Estimation of Digitized Planar Object

Wang Kaiping You Zhisheng Gao Yang

(*Institute of Computer Image Graphics, Sichuan Union University, Chengdu 610064*)

Abstract Accurate measurement of object perimeters from digital images is one of the important and fundamental tasks of image analysis and computer vision. In this paper, a new accurate and fast perimeter estimator based on eight-connection MSC (m -Sampling and Classification) was presented. Estimation errors were analyzed and predicated. To prove the performance, a comparative experimental study about the existing methods and our new method was carried on a digital object datasets including circles with different diameters and rectangles with different edge lengths. Satisfactory results were obtained.

Keywords Image analysis, Digital image, Morphological measurement